CH8 IDENTITE DE BEZOUT

EX12 :

1. L'algorithme d'Euclide Bézout donne

r	97	11	9	2	1	0
q	-	-	8	1	4	2
x	0	1	8	9	44	-
y	1	0	1	1	5	-

L'identité de Bézout s'ecrit : 97x5-11x44 = 1donc (5,-44) est une solution particulière

$97x+11y=1 \Leftrightarrow 97x+11y=97.5+11.(-44) \Leftrightarrow 97.(x-5)=11.(-44-y) \Rightarrow \left.\begin{matrix} 11|97(x-5) \\ or\ 11\wedge 97=1 \end{matrix}\right) \Rightarrow 11|x-5$

$\Rightarrow x=11k+5$

$97x+11y=1 \Rightarrow 11y=1-97x \Rightarrow 11y=1-97.(11k+5) \Rightarrow y=-97k-44$

Réciproquement si (x,y)=(11k+5,-97k-44) Alors 97x+11y=97(11k+5)+11(-97k-44)

Conclusion : $S_{\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}} = \{(11k+5,-97k-44),\ k\in\mathbb{Z}\}$

2.

a/ L'algorithme d'Euclide Bézout donne 97x27 -77x34=1

En multipliant par 7 on obtient : 97.(27x7)-77.(34x7)=7⇔97.189+77.(-238)=7
donc une solution particulière de (E) est (189 ;-238)

b/ On a 97.189 -77.238=7 Donc 97x+77y=7 ⇔ 97x+77y=97.189-77.238

⇔ 97(x-189) = -77(y+238)

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} 77|97.(x-189) \\ or\ 77\wedge 97=1 \end{matrix}\right) \Rightarrow 77|x-189 \Rightarrow x=77k+189$

97x+77y=7 ⇒77y = 7-97x ⇒ 77y=7-97(77k+189) ⇒ y= -238-97k

Réciproquement si (x,y)=(77k+189 ;-97k-238)

Alors 97x+77y=97.(77k+189)+77.(-97k-238)=7

CI : $S_{\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}} = \{(77k+189\ ;-97k-238)\}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn